

Expositor: Mauro Natale (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As., natale.doc@gmail.com)

La Transformada de Fourier Discreta clásica (DFT) es un operador lineal en el espacio de funciones sobre el grupo cíclico de N elementos. Esta transformada puede interpretarse como la aplicación de una matriz de cambio de base, que cambia la base de funciones delta por la base de Fourier, esto es, la base de caracteres del grupo cíclico. La aplicación directa de esta matriz a un vector genérico involucra un número de operaciones aritméticas que es cuadrático en N . La Transformada Rápida de Fourier (FFT) es un algoritmo fundamental descubierto por Cooley y Tuckey que computa la DFT usando sólo $O(N \log(N))$ operaciones, lo cual ha representado un grado de eficiencia de gran importancia tecnológica. Esta eficiencia se debe a una factorización de la matriz de cambio de base en una secuencia de matrices muy ralas (matrices donde casi todas las entradas son nulas).

El grupo cíclico es un ejemplo de espacio homogéneo discreto, esto es, un conjunto finito X (generalmente dotado de una estructura métrica o estructura de grafo) donde actúa transitivamente un grupo finito G . Motivado por diversas aplicaciones, surge la necesidad de extender las nociones de DFT y de FFT al marco de estos espacios. El panorama general es el siguiente: el espacio de funciones sobre X se descompone como suma directa de representaciones irreducibles de G libres de multiplicidad. La base de Fourier consiste en una base compatible con esta descomposición.

Utilizando técnicas de combinatoria y de la teoría de representaciones del grupo simétrico se ha logrado clarificar la complejidad de la FFT para el espacio de Funciones sobre el grafo de Johnson, mostrando que existe una factorización en matrices óptimamente ralas y dando un algoritmo para la construcción de esta factorización que mejora a los algoritmos preexistentes tanto por su simplicidad como por su menor complejidad computacional.

En esta charla presentaré las ideas principales de la DFT y FFT para el espacio de Funciones sobre el grafo de Johnson.

Referencias

- [1] Diaconis, Persi, and Daniel Rockmore. *Efficient computation of isotypic projections for the symmetric group*. DIMACS Ser. Discrete Math. Theoret. Comput. Sci 11 (1993): 87-104.
- [2] Maslen, David K., Michael E. Orrison, and Daniel N. Rockmore. *Computing isotypic projections with the Lanczos iteration*. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications 25.3 (2003): 784-803.
- [3] Vershik, Andrei. M. and Okounkov Anatoly. Yu. *A New Approach to Representation Theory of the Symmetric Groups*. ESI The Erwin Schodinger International Institute for Mathematical Physics (1996): 1-21.